Программа обязательного курса «Вариационное исчисление и оптимальное управление» 4 курс 4 поток (лектор А.В.Фурсиков, декабрь 2017г.)

1. Простейшая задача классического вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Лемма Дюбуа-Реймона.
2. Задача о брахистохроне: формализация и решение.
3. Задача Больца (векторный случай). Условия трансверсальности.
4. Лемма о структуре функционала на прямом произведении пространств.
5. Теорема о фактор-пространстве банахова пространства.
6. Теорема Банаха об обратном операторе (формулировка). Теорема о правом обратном операторе.
7. 2-я теорема отделимости (формулировка). Теорема о нетривиальности аннулятора.
8. Лемма о замкнутости образа.
9. Теорема об аннуляторе ядра.
10. Производные по Гато, Фреше и строгая дифференцируемость. Соотношения между ними. Теорема о суперпозиции (формулировка).
11. Теорема о среднем. Следствие о непрерывной дифференцируемости.
12. Оператор Немыцкого и его дифференцируемость.
13. Теорема Люстерника.
14. Теорема о касательном пространстве.
15. Принцип Лагранжа для гладких задач с ограничениями типа равенства.
16. Выпуклые множества и функции: определения и простейшие свойства. Конечномерная теорема отделимости (формулировка).
17. Выпуклые экстремальные задачи. Теорема Куна-Таккера.
18. Принцип Лагранжа для гладкой конечномерной задачи с ограничениями типа равенства.
19. Задача Лагранжа: основные определения. Формальный вывод необходимых условий экстремума для задачи Лагранжа с помощью принципа Лагранжа.
20. Строгий вывод необходимых условий экстремума для задачи Лагранжа с помощью принципа Лагранжа.
21. Задача оптимального управления: основные определения. Формальный вывод принципа максимума из принципа Лагранжа.
22. Доказательство принципа максимума для задачи оптимального управления со свободным концом.
23. Полунепрерывность снизу: эквивалентность трех определений.
24. Принцип компактности Вейерштрасса-Лебега о существовании точки минимума.
25. Общая теорема о существовании точки минимума.
26. Теорема Мазура. Следствия: 1) Выпуклое и замкнутое множество секвенциально слабо замкнуто. 2) Выпуклая и полунепрерывная снизу функция полунепрерывна снизу относительно слабой сходимости.

27. Пространства Соболева функций многих переменных: определение, доказательство полноты.
28. Теорема о плотных множествах пространств Соболева (формулировка). Метод замыкания на примере доказательства теоремы о сужении функций из пространства Соболева на границу области.
29. Теорема о рефлексивности пространств Соболева.
30. Многомерная вариационная задача: условие роста и проверка коэрцитивности и ограниченности снизу.
31. Квазирегулярные вариационные задачи, и проверка полунепрерывности снизу относительно слабой сходимости соответствующих функционалов.
32. Теорема Тоннели о существовании решения вариационной задачи.

Литература

А) В.М.Алексеев, В.М.Тихомиров, С.В.Фомин. Оптимальное управление. Наука 1979.
Б) В.М.Алексеев, Э.М.Галеев, В.М.Тихомиров. Сборник задач по оптимизации. Наука 1984.
В) Э.М.Галеев, М.И.Зеликин, и др. Оптимальное управление.-М.:МЦНМО, 2008.